



چند ضلعی‌های محاسبه‌گر

روستای کردوان چند هکتار است؟ • قاسم حسین قنبری

خاطرات دوران مدرسه و خانه مادر بزرگ در روستای کردوان سمنان برای من بسیار شیرین است. در مرور این خاطرات با این مسئله درگیر شدم که منطقه مسکونی این روستا چه مساحتی را اشغال کرده و محیط آن چقدر است؟

یک راه این بود که ما ابتدا از سمنان به گرم‌ساز و سپس به روستای کردوان برویم و به کمک روش‌های دستی (طناب و متر) این کار را انجام دهیم که بسیار وقت‌گیر و پردردسر بود. با توجه به اطلاعات قبلی تصمیم گرفتیم از «google earth» استفاده کنیم.

بعد از ورود به سایت، از منو، خط‌کش را انتخاب کردیم و به منطقه کردوان در گرم‌ساز رفتیم. ابتدا با یک دایره مساحت و محیط را تقریب زدیم.



با این تقریب محیط ۳۹۶۰ متر یا تقریباً ۴ کیلومتر، و مساحت تقریباً ۱۲۴ هکتار به دست آمد که می‌توانستیم آن را بر حسب مترمربع نیز حساب کنیم. اما ما مساحت دقیق‌تری می‌خواستیم. به همین دلیل از چندضلعی استفاده کردیم. با این

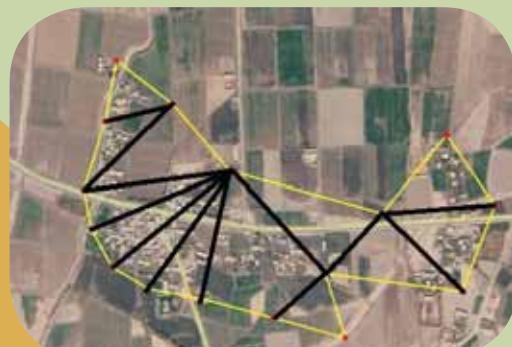


چندضلعی مساحت روزتا تقریباً ۶۰ هکتار و محیط آن ۴۲۰۰ متر به دست آمد. اما باز هم می‌توانستیم دقیق‌تر باشیم. به همین دلیل اضلاع چندضلعی را فراش دادیم. با این چندضلعی جدید محیط ۴۹۶۰ متر و مساحت تقریباً ۵۹ هکتار شد. اما این مساحت‌ها چگونه به دست می‌آیند؟ ریاضیاتی که در این نرم‌افزار پنهان است و کارهای رایسر و صدا انجام می‌دهد، چیست؟ در مقاله «چند کیلومتر تا مقصد فاصله داریم؟» (شماره ۱، مهر ۱۳۹۹)، گفتیم که وقتی مختصات دو نقطه توسط ماهواره تعیین شد، به کمک قضیه فیثاغورس طول پاره خط بین آن‌ها حساب می‌شود. بنابراین طول ضلع‌ها و قطرهای چندضلعی معلوم است. حال در یک مرحله چندضلعی را به چند مثلث تبدیل و مساحت آن‌ها را محاسبه و با هم جمع می‌کنیم. اما مساحت یک مثلث وقتی اضلاع آن معلوم است، چگونه حساب می‌شود؟



قضیه هرون

اگر a ، b و c سه ضلع یک مثلث باشند و p نصف محیط آن، مساحت مثلث از رابطه: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ به دست می‌آید که رابطه هرون نامیده می‌شود.



مثال: مساحت مثلثی با مختصات سه رأس $A(-3, -2)$ ، $B(4, 1)$ و $C(-1, 5)$ را حساب کنید.

ابتدا طول سه ضلع را به کمک قضیه فیثاغورس حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(4 - (-3))^2 + (1 - (-2))^2} = \sqrt{58} = 7/\sqrt{61} \\ BC &= \sqrt{(-1 - 4)^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{41} = 6/\sqrt{4} \\ CA &= \sqrt{(-1 - (-2))^2 + (5 - (-2))^2} = \sqrt{50} = 7/\sqrt{07} \\ p &= \frac{7/\sqrt{61} + 6/\sqrt{4} + 7/\sqrt{07}}{2} = 10/\sqrt{54} \end{aligned}$$

در این مرحله سراغ فرمول هرون می‌رویم:

$$S = \sqrt{\frac{10}{\sqrt{54}} \left(\frac{10}{\sqrt{54}} - \frac{7}{\sqrt{61}} \right) \left(\frac{10}{\sqrt{54}} - \frac{6}{\sqrt{4}} \right) \left(\frac{10}{\sqrt{54}} - \frac{7}{\sqrt{07}} \right)} = \sqrt{\frac{442}{54}} = 21/\sqrt{06}$$

با جمع کردن مساحت این مثلث‌ها، مساحت چندضلعی حساب می‌شود.

